

Aufgabenserie 4 zur Vorlesung "Mathematik für Kompass"

1. Vorgegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $\vec{b} \times \vec{a}$ ,  $\vec{a} \times (100\vec{b})$ .

b) Wie groß sind  $\vec{a} \times \vec{i}$ ,  $\vec{a} \times \vec{a}$ ,  $\vec{j} \times (\vec{j} - 3\vec{k})$ ?

2. Gegeben sei ein Dreieck mit den Eckpunkten  $A(2, 0, 1)$ ,  $B(3, 2, 0)$ ,  $C(0, 2, 4)$ . Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks mit Hilfe des Vektorproduktes.

3. Berechnen Sie das Volumen des unregelmäßigen Tetraeders (dreieckige Pyramide) mit den Eckpunkten  $A(1, 1, -1)$ ,  $B(1, -1, 1)$ ,  $C(-1, 2, 1)$  und  $S(0, 2, 4)$ .

4. Wir betrachten die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Untersuchen Sie **a)** die Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  bzw. **b)** die Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$  auf lineare Unabhängigkeit. Bei Abhängigkeit ist die entsprechende Abhängigkeitsgleichung anzugeben.

5. Für die Vektoren aus Aufgabe 2 bestimme man die Spatprodukte  $[\vec{a}\vec{b}\vec{c}]$  bzw.  $[\vec{a}\vec{b}\vec{d}]$ . Aus den Resultaten schlussfolgere man, ob die Vektoren ein Links- oder Rechtssystem bilden oder durch geeignete Parallelverschiebung in eine Ebene gebracht werden können.

6. Wir betrachten die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Untersuchen Sie die Vektoren auf lineare Unabhängigkeit. Liegt Abhängigkeit der Vektoren vor, dann ist die entsprechende Abhängigkeitsgleichung anzugeben.