

4. Aufgabenblatt Diskrete Mathematik SS 2019

1. Argumentieren Sie,
 - (a) dass die Menge aller geordneten Paare ganzer Zahlen gleichmächtig zu \mathbb{N} ist.
 - (b) dass die Menge aller syntaktisch korrekten Java-Programme gleichmächtig zu \mathbb{N} ist.
2. Gilt für die Mengen A und B jeweils $|A| \leq |B|$, $|B| \leq |A|$ oder beides?
 - (a) $A = [0, 2]$, $B = [-3, 5]$
 - (b) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \max(|x|, |y|) = 1\}$
 - (c) $A = [0, 1]$, $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1 \wedge 0 \leq y \leq 1\}$
3. Beweisen Sie die Gleichung bzw. Ungleichung jeweils durch vollständige Induktion.
 - (a) $\sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2$ für alle $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$
 - (b) $2n + 1 \leq 2^n$ für alle $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2\}$
 - (c) $n^2 \leq 2^{n+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$
4. Wie wäre vom Prinzip her ein Widerspruchsbeweis der folgenden Aussage aufgebaut?
Für jede Menge P , die aus mindestens 3 Punkten in der Ebene besteht und für die nicht alle Punkte in P auf einer Geraden liegen, gibt es eine Gerade, die genau zwei Punkte aus P enthält.